

1. Se pide un intervalo de confianza para la varianza, desconociendo la media. La variable pivote será:

$$\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$$

con lo que

$$P\left(\chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2 \leq \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \leq \chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}^2\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\frac{\chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}{(n-1)s^2} \leq \frac{1}{\sigma^2} \leq \frac{\chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}^2}{(n-1)s^2}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\frac{(n-1)s^2}{\chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)s^2}{\chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}\right) = 1 - \alpha$$

y el IC al $(1 - \alpha)100\%$ es:

$$\left(\frac{(n-1)s^2}{\chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}^2}, \frac{(n-1)s^2}{\chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}\right)$$

Dado que nos dan casi todo ya calculado, para terminar aplicando la fórmula solamente nos falta buscar los percentiles $\chi_{9,0.01}^2$ y $\chi_{9,0.99}^2$ ya que el intervalo es al 98 % de confianza y, por tanto, $\alpha = 0.02$:

$$\chi_{9,0.01}^2 = 21.666$$

$$\chi_{9,0.99}^2 = 2.088$$

Sustituyendo obtenemos que el intervalo de confianza para la varianza al 98 % es (41.53, 431.03).

2. Para contrastar si la Unión Europea impondrá o no sanciones a España, realizamos el siguiente contraste de hipótesis unilateral:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 99.1 \\ H_1 : \mu > 99.1 \end{cases}$$

Sabemos que, bajo H_0 , la medida de discrepancia $d = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim t_{n-1}$. Calculamos \hat{d} .

Para ello necesitamos \bar{x} y s^2 de los datos:

$$\bar{x} = \frac{1984.159}{20} = 99.207$$

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1} = \frac{196847.1 - 20(99.207)^2}{19} = 0.343, \quad s = 0.58$$

$$\hat{d} = \frac{99.207 - 99.1}{\frac{0.58}{\sqrt{20}}} = 0.825$$

Para resolver con el nivel de significación $\alpha = 0.05$ y ya que el contraste es unilateral por la derecha, buscamos el percentil $t_{19,0.05} = 1.729$. Como \hat{d} está a la izquierda de dicho percentil no tenemos evidencias para rechazar H_0 y parece que la Unión Europea no impondrá sanciones a España.

Nota: Si se utilizan todos los decimales en los cálculos, $s^2 = 0.1449$, $s = 0.38$ y $\hat{d} = 1.259$, pero la decisión final no cambia: No rechazar H_0 .